

## SYMMETRIEËN IN DE HOMOTOPIECATEGORIE

BEGELEIDER: LENNY TAE LMAN

Continue afbeeldingen  $f, g: X \rightarrow Y$  tussen topologische ruimten heten *homotoop* als de ene continu in de ander vervormd kan worden. De ruimten  $X$  en  $Y$  heten *homotopie-equivalent* als er continue afbeeldingen  $f: X \rightarrow Y$  en  $g: Y \rightarrow X$  zijn die op homotopie na elkaars inverse zijn.

Het bestuderen van topologie ‘op homotopie na’ kan elegant geformaliseerd worden door gebruik te maken van de *homotopiecatgorie*, waarin zowel homotope afbeeldingen en homotopie-equivalente ruimten geïdentificeerd worden.

Een natuurlijke vraag die dan naar voren komt is: *Wat zijn de symmetrieën (automorfismen) van een ruimte in de homotopie-categorie?*

Door over te gaan op de homotopie-categorie krijgen we zowel *meer* automorfismen (bijvoorbeeld omdat afbeeldingen enkel op homotopie na inverteerbaar hoeven te zijn), als *minder* automorfismen (omdat homotope afbeeldingen geïdentificeerd worden). Om deze reden kan de automorfisme groep van een ruimte  $X$  in de homotopie-categorie er heel anders uit zien dan de groep van homeomorfismen van  $X$  naar zichzelf.

Een bachelorscriptie over dit onderwerp bevat twee aspecten. Ten eerste zal de student zich de basistheorie van categorieën en homotopie eigen moeten maken. Een belangrijk gereedschap hierbij zijn de *homotopiegroepen*, generalisaties van de *fundamentealgroep*. Ten tweede kan de student zelf aan de slag om de symmetrieën van een aantal belangrijke ruimten uit te rekenen.

### Literatuur.

Hatcher, Allen. *Algebraic Topology*, Cambridge University Press, 2002.

Spanier, Edwin H. *Algebraic topology*, Springer-Verlag, 1981.