

Proeftentamen Lineaire algebra 1 NA

Het tentamen is *geen* open-boek-tentamen. Alleen de hulp van een niet-programmeerbare rekenmachine is toegestaan.

Motiveer al je antwoorden!

Opgave 1. Voor elk getal $x \in \mathbb{R}$ beschouwen we de matrix

$$A_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & -x & -1 \\ -1 & 2 & x \end{pmatrix}.$$

- (a) Bepaal de rang van A_1 .
- (b) Bepaal de inverse van A_2 .
- (c) Voor welke $x \in \mathbb{R}$ is A_x inverteerbaar?

Opgave 2. Laat L de lijn zijn in \mathbb{R}^3 door de oorsprong en het punt $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

De afbeelding $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ is de rotatie om L over 180 graden.

- (a) Wat zijn de eigenwaarden en eigenruimten van T ?
- (b) Geef de matrix van T ten opzichte van de standaardbasis.

Opgave 3. Wat is de afstand tussen de lijn door $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ en $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ en de lijn door $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ en $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$?

Opgave 4. Definieer de matrix A door

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

- (a) Geef een basis van de kern van A .
- (b) Geef een basis van het beeld van A .

Opgave 5. Bereken de determinant van de matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Opgave 6. Laat $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

- (a) Wat zijn de eigenwaarden en eigenruimten van A ?
- (b) Los dit stelsel differentiaalvergelijkingen op:

$$\begin{aligned} x' &= x + 4y \\ y' &= 2x + 3y \end{aligned}$$