Huiswerkset 3 LA1Na - Deadline: maandag 29 oktober 11:00 uur
Motiveer al je antwoorden.
Zie ook de huiswerkregels op
`http://pub.math.leidenuniv.nl/~strengtc/la1na_2018/index.php?menu=huiswerk`

Opgave 1. Welke van de volgende afbeeldingen zijn lineair? Bewijs je antwoord.
(i) De afbeelding $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die v naar $\mathbf{0}$ stuurt voor alle $v \in \mathbb{R}^3$.
(ii) De afbeelding $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ die (x, y) naar $(x^2 + y, x)$ stuurt voor alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
(iii) De afbeelding $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ die (x, y) naar $(-3+x+y, -x+y)$ stuurt voor alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Opgave 2. Bekijk de lijn $L = \mathrm{span}((1, 2))$ in $\mathbb{R}^2$. Zij $P \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ de (loodrechte) projectie op L.
(i) Bepaal de standaardmatrixrepresentatie van P.
(ii) Geef nog een *andere* lineaire afbeelding $F \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ met L als beeld.

Opgave 3. Voor de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 & \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ 1/2 & -1/2 & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$$

geldt dat de lineaire afbeelding van $\mathbb{R}^3$ naar $\mathbb{R}^3$ die een vector v naar Av stuurt, een rotatie is (dit hoef je niet te bewijzen).
(i) Welke lijn door de oorsprong is de rotatie-as van deze rotatie?
Hint: als voor een vector v geldt $Av = v$, dan geldt $(A - I_3)v = 0$.
(ii) Laat zien dat de vector $(0, 1, 0)$ loodrecht staat op de rotatie-as.
(iii) Met welke hoek wordt geroteerd?

Opgave 4. Laat zien: als $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^n$ een lineair onafhankelijk drietal vectoren is, dan is $v_1 + v_2, v_1 - v_3, v_3$ ook een lineair onafhankelijk drietal vectoren.