

Roosterpunten tellen

Zij $N(R)$ het aantal punten met gehele coördinaten binnen de cirkel met straal R om de oorsprong in \mathbf{R}^2 . Een klassiek probleem (al bestudeerd door Gauß) is om een zo goed mogelijke schatting te geven van $N(R)$ als $R \rightarrow \infty$. Met elementaire middelen is het niet moeilijk te bewijzen dat geldt

$$N(R) = \pi R^2 + O(R) \quad \text{als } R \rightarrow \infty.$$

De foutterm $O(R)$ verscherpt kan worden, bijvoorbeeld met behulp van Fourieranalyse. Het is een open probleem wat de best mogelijke foutterm is. Er wordt vermoed dat voor alle $\epsilon > 0$ geldt

$$N(R) \stackrel{?}{=} \pi R^2 + O(R^{1/2+\epsilon}) \quad \text{als } R \rightarrow \infty.$$

Het probleem kan op verschillende manieren gegeneraliseerd worden, bijvoorbeeld naar hogerdimensionale euclidische ruimten of naar het *hyperbolische vlak*. Het doel van dit project is om een of meer goede afschattingen van $N(R)$ te bewijzen voor het klassieke roosterpuntenprobleem of een van de generalisaties.

Begeleider: Peter Bruin (P.J.Bruin@math.leidenuniv.nl)