

De stelling van Wedderburn

In 1905 bewees Joseph Wedderburn (1882–1948) dat elke eindige delingsring commutatief is. Hij gaf in feite verschillende bewijzen, en inmiddels zijn er nog vele nieuwe bij gekomen. Een student die over dit onderwerp een bachelorscriptie wil schrijven, heeft diverse mogelijkheden.

De eerste is om een overzicht over de verschillende bewijzen te geven, een groot aantal hiervan te begrijpen, en een poging te wagen ze op een of andere manier te classificeren. Sommige bewijzen gebruiken allerlei algebraïsche voorkennis, andere zijn veel elementairder. Een fraai kort bewijs van Ernst Witt (1911–1991) uit 1931 gebruikt eigenschappen van complexe getallen; kunnen deze geëlimineerd worden?

Een tweede mogelijkheid is om de algoritmische eigenschappen van de gegeven bewijzen te onderzoeken. Wedderburn's stelling is bijvoorbeeld equivalent met de volgende bewering: als een eindige ring R twee elementen a, b bevat met $ab \neq ba$, dan zijn er ook twee elementen $c, d \in R$ met $c \neq 0, d \neq 0$ en $cd = 0$; dus het moet mogelijk zijn om als zulke R, a, b gegeven zijn, dergelijke c en d te construeren; hoe snel kan dat?

Een derde mogelijkheid is om de geschiedenis in te duiken. Men zegt dat het eerste bewijs dat Wedderburn van zijn stelling gaf, incorrect was; dat vervolgens Leonard Dickson (1874–1954) een correct bewijs gaf; en dat daarna pas Wedderburn ook met een correct bewijs kwam. Men zou dus eigenlijk de stelling aan Dickson moeten toeschrijven. Klopt dit verhaal? Wat zijn de wiskundige details? Het kan best lastig zijn dit uit te zoeken, want in de tijd dat dit speelt, gebruikte men heel andere terminologie in de algebra dan tegenwoordig.

De student die dit project uitvoert, moet op de hoogte zijn van de inhoud van de colleges Algebra 1, 2 en 3.

Begeleider: Hendrik Lenstra