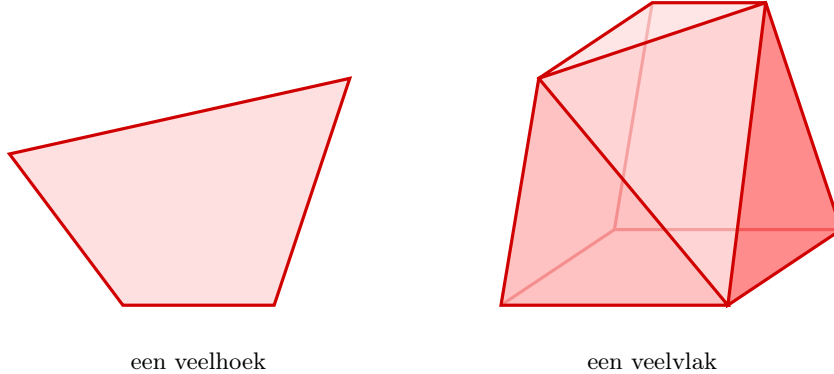


VEELVLAKKEN ONTLEDEN

Begeleider: Remy van Dobben de Bruyn

Een *veelvlak* is een gesloten en begrensde deelverzameling $P \subseteq \mathbf{R}^3$ waarvan de rand $\partial P = P \setminus P^\circ$ bevat is in de vereniging van eindig veel vlakken. Veelvlakken zijn het driedimensionaal analogon van veelhoeken:



Een stelling van Wallace (1807) laat zien dat iedere (twee-dimensionale) veelhoek van oppervlakte A in stukken kan worden geknipt en gelijmd tot een rechthoek van $1 \times A$:



Een gelijkzijdige driehoek wordt geknipt en geplakt tot een rechthoek.

Het *derde probleem van Hilbert*, één van de 23 problemen voor de 20^e eeuw die hij stelde op het Internationaal Wiskundecongres in Parijs in 1900, vraagt of hetzelfde gedaan kan worden voor veelvlakken:

Probleem. *Gegeven twee veelvlakken $P, Q \subseteq \mathbf{R}^3$ met gelijk volume V , is het mogelijk om P in stukken te knippen die gelijmd kunnen worden tot Q ?*

Van Hilbert's problemen zijn er nog altijd meerdere onopgelost, zoals de Riemann-hypothese die ook tot de Milleniumproblemen van het Clay Institute behoort. Maar Hilbert's derde probleem werd al in 1901 opgelost door Max Dehn, met behulp van een slimme invariant die laat zien dat sommige veelvlakken met hetzelfde volume *niet* in elkaar om te vormen zijn.

Het doel van dit project is om het argument van Dehn te begrijpen. Een modern argument gebruikt het tensorproduct $\mathbf{R} \otimes (\mathbf{R}/2\pi\mathbf{Z})$ van abelse groepen en een klein beetje algebraïsche getaltheorie. Daarnaast kan ook nog gekeken worden naar een aantal andere aspecten, zoals het bewijs van de stelling van Wallace en/of de classificatie van reguliere veelvlakken (ook wel bekend als *platonische lichamen*).