

Fundamentealgroepen van oppervlakken (begeleider: R. de Jong)

Een oppervlak is een Hausdorff topologische ruimte S met de eigenschap dat elk punt van S een open omgeving heeft die homeomorf is met $\mathbb{R}^2$. Doel van dit project is om de fundamentealgroepen van alle samenhangende oppervlakken te beschrijven.

Voor compacte samenhangende oppervlakken kan dit bijvoorbeeld worden gedaan op basis van de classificatie van dergelijke oppervlakken. Van hieruit kan men dan kijken naar bijvoorbeeld de niet-compacte oppervlakken die verkregen worden door uit een compact samenhangend oppervlak een eindige verzameling punten weg te laten.

Niet alle niet-compacte oppervlakken kunnen echter op een dergelijke manier worden verkregen. Er blijkt een stelling te zijn die zegt dat de fundamentealgroep van een niet-compact samenhangend oppervlak een vrije groep is. Hier gaat aardig wat interessante topologie in zitten, en er zijn meerdere wegen die naar Rome leiden, zie bijvoorbeeld de mathoverflow discussie op

<https://mathoverflow.net/questions/18454/fundamental-groups-of-noncompact-surfaces>

We kunnen ook kijken naar ruimtes die men verkrijgt door een oppervlak S te nemen en paren van punten in S te identificeren. Of door de voorwaarde dat S Hausdorff is weg te laten. De Stelling van Van Kampen zal waarschijnlijk in vrijwel alle argumenten een onmisbaar hulpmiddel zijn.

Naast fundamentealgroepen van oppervlakken kunnen ook gerelateerde aspecten van oppervlakken worden bekeken, zoals bijvoorbeeld (co)homologiegroepen, afbeeldingsklassengroepen en hun werking op de fundamentealgroep, universele overdekkingsruimten,

Benodigde voorkennis: het college Inleiding in de Algebraïsche Topologie.